مجلــة العلـوم الإنسانيــة والتطبيقيـــــة
Journal of Humanitarian and Applied Sciences
كلية الآداب والعلوم قصر خيار -جامعة المرقب
المجلد العاشر -العدد التاسع عشر -يونيو /2026

تحسين اختيار المحفظة الاستثمارية باستخدام البرمجة الخطية الضبابية

دراسة تطبيقية

عبد السلام محمد خليفة [1]
أستاذ مساعد الرياضيات بحثه
جامعة الزيتونة /كلية التربية
abd.Khalifa@azu.edu.ly

منال مصطفي المصباحي [2]
مساعد محاضر الرياضيات تطبيقية
جامعة الزيتونة /كلية التربية
m.almesbahi@azu.edu.ly

تاريخ استقبال البحث: 23 أبريل 2026م **تاريخ قبول البحث: 30 مايو 2026م**

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى معالجة كيفية اختيار المحفظة الاستثمارية في ظل عدم التأكد في العوائد المالية باستخدام البرمجة الخطية الضبابية واستحداث نهج جديد لحلها، ويتم تمثيل عوامل كل من دالة الهدف والقيود" العوائد والمخاطر" بأعداد ضبابية مثلثيه ، ثم حول النموذج الضبابي لكل من دالة الهدف والقيود إلى نموذج حتمي باستخدام مستوى ثقة محدد. وقد طبق نهج الحل على مثال عددي في المحفظة الاستثمارية وتحليل تأثير مستوى الثقة فى قرارات الاستثمار المستقبلية لمتخذ القرار. اتضح من النتائج التي تم التوصل اليها من النهج الجديد أن النموذج الضبابي للمحفظة يوفر مرونة أكبر مقارنة بالنماذج التقليدية لها، ويساعد في تحسين جودة اتخاذ القرار في التطبيقات الضبابية.

الكلمات المفتاحية: مشكلة البرمجة الخطية، المحفظة الاستثمارية، الأعداد الضبابية، مستوى الثقة α

Optimizing Investment Portfolio Selection Using Fuzzy Linear Programming: An Applied Study

[2]Manal Mustafa Almesbahi
Assistant Lecturer, in Applied Mathematics
Zaytuna University, Faculty of Education
m.almesbahi@azu.edu.ly

Abdusalam Mohamed Khalifa[1]
Assistant Professor, of Pure Mathematics
Zaytuna University, Faculty of Education
abd.Khalifa@azu.edu.ly

Abstrac:

In this paper examines investment portfolio problem under uncertainty using fuzzy linear programming. Risk and returns are type of fuzzy numbers, and the portfolio problem of fuzzy number is transformed into a deterministic form based on a select α-cut. A numerical example is used to study the impact of the α-cut of investment decisions. Then the results prove that the proposed of fuzzy model offers greater suppleness than traditional approaches and enhances decision maker.

Keywords: linear programming problem, Investment Portfolio , fuzzy numbers, α -cut

أولاً: **المقدمة:**

تعد مشكلة بناء المحفظة الاستثمارية من أهم موضوعات بحوث العمليات في الرياضيات التطبيقية، إذ يهدف متخذ القرار إلى الموازنة بين العائد والمخاطرة من خلال تخصيص رأس المال على مجموعة من الأصول المالية، وقد بُنيت النماذج القياسية على افتراضات محددة، وعلى رأسها نموذج ماركويتز للمحفظة الاستثمارية [3],[4] ,[9]، على فرضية دقة البيانات، ولاسيما العوائد المستقبلية..

إلا أن السياق العلمي يشير إلى أن هذه المعلومات الواقعية تكون على الأغلب تقريبية تطغى عليها الضبابية، لذلك برزت الحاجة إلى استخدام أساليب رياضية تستطيع التعامل مع النوع الضبابي، ومن أبرزها الأعداد الضبابية.

يهدف هذا البحث إلى استحداث نهج جديد لحل مشكلة البرمجة الخطية ذات المعاملات الضبابية التي ثم تطبيقها في نموذج للمحفظة الاستثمارية الضبابية، ويتم تتبع خطوات الحل المذكورة في النهج لتحويل النموذج الضبابي إلى نموذج حتمي يمكن حله باستخدام أحد أساليب البرمجة الخطية الاعتيادية [2]،[1].

ثانياً: مشكلة البحث:

تتمثل مشكلة البحث في أن النماذج التقليدية للبرمجة الخطية بمعاملات حتمية معروفة بدقة، وهذا الافتراض يعد غير واقعي. وعليه تتمثل المشكلة في أنشاء مشكلة برمجة خطية ذات معاملات حتمية من نفس مشكلة المحفظة الاستثمارية بمعاملات ضبابية لكل من دالة الهدف والقيود.

ثالثاً: أهداف البحث:

1. إنشاء نموذج محفظة استثمارية بمعاملات ضبابية باستخدام البرمجة.
2. تمثيل العوائد باستخدام أعداد ضبابية.
3. تحويل مشكلة البرمجة في المحفظة الاستثمارية من النوع الخطي ذي المعاملات الضبابية إلى النوع اليقيني.
4. مدى تأثير مستوى الثقة في متخذ القرار في المحفظة الاستثمارية.

رابعاً: منهجية البحث:

1. تعيين مكونات المحفظة الاستثمارية، وذلك بتعريف كل المعاملات في دالة الهدف والقيود المرتبطة مع الأعداد الضبابية من النوع المثلثي.
2. اختيار مستوى $\propto$ (مستوى الثقة) بناءً على المعلومات من متخذ القرار، وهذا يقلل نسبة التحليل في المعلومات.
3. يتم تحويل الأعداد الضبابية إلى حتمية ونحدد منها الفترة الحتمية للحل بناء على مستوى $\propto \in [0,1]$.
4. إعادة كتابة مشكلة المحفظة في صورة حتمية.

5. يتم فصل مشكلة المحفظة إلي نموذجان منفصلان، نموذج أعلي (Upper Model) ونموذج أسفل (Lower Model).
6. إيجاد الحل الأمثل لكل نموذج للمحفظة، باستخدام تطبيق ماتلاب (MATLAB).
7. دمج كل من الحل الأمثل Upper Model والنموذج الأدنى (Lower Model)، وبهذا ينشأ منطقة الحل الأمثل في ظل الضبابية.
8. إجراء تحليل الحساسية للنتائج من الحلول المثلى الممكنة واختيار البديل في مستوى $\propto -\text{cut}$ من متخذ القرار نحو نسبة المخاطرة المفروضة.

خامساً: أهمية البحث:

1. معالجة عدم الدقة في البيانات في المحفظة.
2. عرض صورة أكثر واقعية لمتخذي القرارات الاستثمارية.
3. التنسيق بين الأعداد الضبابية والبرمجة الخطية.
4. استخدام مشكلة البرمجة الخطية ذات المعاملات الضبابية في التطبيقات المالية.
5. مساعدة متخذي القرار في البيئة الضبابية.

المحفظة الاستثمارية: هي توزيع الاستثمارات على مجموعة من الأصول لتحقيق التوازن بين العائد والمخاطرة.

تعريف الأعداد الضبابية [7]،[6] يعرف العدد في نظرية المجموعات الضبابية بأنه عدد غير محدد بدقة بل له مجموعة قيم ممكنة، وكل قيمة لها درجة انتماء بين $[0, 1]$

العدد الضبابي $\widetilde{A} = (a^L, a^M, a^U)$ يقال عنه عدد الضبابي إذا كان دالة الانتماء تعطي بالصيغة التالية

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 \ , \ x \le a^L \\ \frac{(x-a^L)}{a^M-a^L}, \ a^L \le x \le a^M \\ \frac{(a^U-x)}{a^U-a^M}, \ a^M \le x \le \ a^U \\ 0, \ x \ge a^U \end{cases}$$

العمليات على الأعداد الضبابية:

لتكن $\widetilde{B} = (b^L, b^M, b^U)$ و $\widetilde{A} = (a^L, a^M, a^U)$ عددان ضبابيان، فإن:

1- $\widetilde{A} + \widetilde{B} = (a^L, a^M, a^U) + (b^L, b^M, b^U) = (a^L + b^L, a^M + b^M, a^U + b^U)$

2- $\widetilde{A} - \widetilde{B} = (a^L, a^M, a^U) - (b^L, b^M, b^U) = (a^L - b^L, a^M - b^M, a^U - b^U)$

وعند $\propto \in [0, 1]$ يكون مستوي الثقة $\alpha - \text{cut}$

$$A_\propto = [A_\propto^{CL}, A_\propto^{CU}]$$

بحيث

$A_{\propto}^{CU} = a^{U} - \propto (a^{U} - a^{M})$ $A_{\propto}^{CL} = \propto (a^{M} - a^{L}) + a^{L}$

العمليات عند مستوى ثقة $\propto \in [0, 1]$

إذا كان

$A_{\propto}^{C} = [a_{\propto}^{CL}, a_{\propto}^{CU}]$
$B_{\propto}^{C} = [b_{\propto}^{CL}, b_{\propto}^{CU}]$
(1) $A_{\propto}^{C} + B_{\propto}^{C} = [a_{\propto}^{CL} + b_{\propto}^{CL}, a_{\propto}^{CU} + b_{\propto}^{CU}]$

(2) $A_{\propto}^{C} - B_{\propto}^{C} = [a_{\propto}^{CL} - b_{\propto}^{CL}, a_{\propto}^{CU} - b_{\propto}^{CU}]$

صياغة نموذج البرمجة الخطية بمعاملات ضبابية على المحفظة الاستثمارية:

$$\max f = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_J} x_j$$

Such that

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}} x_j \leq \widetilde{b_i}$$
$$x_j \geq 0$$

حيث إن:

x_j : نسبة الاستثمار في الأصل j

تحويل النموذج الضبابي إلى نموذج مؤكد.

$$\max f = \sum_{j=1}^{n} [c^{L}, c^{U}] x_j$$

Such that

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{ij}^{L}, a_{ij}^{U}] x_j \leq [b_i^{L}, b_i^{U}]$$
$$x_j \geq 0$$

سنقوم بتوضيح الإجراءات المتبعة على إيجاد الحل الأمثل للمحفظة الاستثمارية بمثال عددي.

مثال: أوجد الحل الأمثل لمشكلة البرمجة الخطية ذات المعاملات الضبابية:

$\max f$ $= \sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_J} x_j$

Such that

$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{\sigma_{ij}} x_j \leq \widetilde{b_i}$

$x_{j \geq} 0$

إذ:

الأصول	العائد $\tilde{c}_j$	المخاطر σ_{ij}
A	(0.05 , 0.1 , 0.15)	(4, 5, 6)
B	(0.07 , 0.08 , 0.09)	(2, 3, 4)
C	(0.05 , 0.06 , 0.07)	(1 ,2, 3)

وأعلي نسبة مخاطرة تكون:

$$\tilde{b} = (250000 ,300000 ,350000)$$

ويكون نموذج البرمجة الخطية في الشكل الضبابي(FLPP) كالتالي:-

$$\max f = (0.05 , 0.1 , 0.15)\, x_1 + (0.07, 0.08 ,0.09)x_2 + (0.05 , 0.06 , 0.07)x_3$$

Such that

$$(4 ,5,6)x_1 + (2, 3, 5)x_2 + (1 ,2 ,3)x_3 \leq (250000 ,300000 ,350000)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100000$$

$$x_1, x_1, x_1 \geq 2000$$

نحول (FLPP) الضبابية إلى مشكلة حتمية (CLPP) وذلك بتحويل المعاملات الضبابية إلي حتمية باستخدام $\propto -\text{cut}$

وتكون المعاملات الضبابية ل FLPP في الشكل الحتمي كالتالي:

$$\tilde{C} = (L, M, U)$$

$$= \left[c_j^L + \propto \left(c_j^M - c_j^L\right), c_j^U - \propto \left(c_j^U - c_j^M\right)\right] \qquad \left[c_j^L(\propto), c_j^U(\propto)\right]$$

$$\left[\sigma_{ij}^L(\propto), \sigma_{ij}^U(\propto)\right] = \left[\sigma_{ij}^L + \propto \left(\sigma_{ij}^M - \sigma_j^L\right), \sigma_{ij}^U - \propto \left(\sigma_{ij}^U - \sigma_{ij}^M\right)\right]$$

$$\left[\sigma_{ij}^L(\propto) , \sigma_{ij}^U(\propto)\right] = \left[\sigma_{ij}^L + \propto \left(\sigma_{ij}^M - \sigma_{ij}^L\right), \sigma_{ij}^U - \propto \left(\sigma_{ij}^U - \sigma_{ij}^M\right)\right]$$

حيث إن:

c^L الحد الأدنى.

c^M القيمة أكثر احتمالاً.

c^U الحد الأعلى.

فتكون المعاملات في الشكل اليقيني لجميع قيم α في الصورة التالية:

المصدر	$\left[c_j^L, c_j^U\right]$	$\left[\sigma_{ij}^L, \sigma_{ij}^U\right]$

$[4+\propto ,6-\propto]$	$[0.05+0.05\propto , 0.15-0.05\propto]$	A
$[2+\propto ,4-\propto]$	$[0.07+0.01\propto , 0.09-0.01\propto]$	B
$[1+\propto ,3-\propto]$	$[0.05+0.01\propto , 0.07-0.01\propto]$	C

فتصبح المشكلة (FLPP) في الشكل ال (CLPP) على الشكل الآتي:

$$\max f = \max[c^L, c^U]\ x_j$$

Such that

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10000$$

$$[\sigma_j^L, \sigma_j^U]x_1 + [\sigma_j^L, \sigma_j^U]x_2 + [\sigma_j^L, \sigma_j^U]x_3 \leq \sum[b^L, b^U]$$

قيد المخاطرة:

$$[b_j^L(\propto), b_j^U(\propto)] = [\ 250000+250000\propto\ ,\ 350000-50000\propto]$$

نجزئ المشكلةCLPP الحتمية إلي مشكلة ذات حد أدني وأخرى ذات حد أعلي كالتالي:

(C ULPP ($\propto$)): $\max f = (0.15-0.05\propto)x_1 + (0.09-0.01\propto)x_2 + (0.07-0.01\propto)x_3$

Such that

$$(6-\propto)x_1 + (4-\propto)x_2 + (3-\propto)x_3 \leq 350000-50000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100000$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$$

(CLLPP($\propto$)): $\max f = (0.05+0.05\propto)x_1 + (0.07+0.01\propto)x_2 + (0.05+0.01\propto)x_3$

Such that

$$(4+\propto)x_1 + (2+\propto)x_2 + (1+\propto)x_3 \leq 250000+250000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10000$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$$

وعندما تكون $\propto = 0.2$ تصبح CULPPعلى الشكل الآتي:

(CULPP(0.2)) : $\max f = 0.14x_1 + 0.088x_2 + 0.068x_3$

Such that

$$5.8x_1 + 3.8x_2 + 2.8x_3 \leq 360000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10000$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$$

ويكون الحل الأمثل لهذه المشكلة هو:

$$X^{*U} = \left(x_1^{*U}(0.2), x_2^{*U}(0.2), x_3^{*U}(0.2)\right) = (60000, 20000, 60000)$$
$$f_{max}^{*U}(0.2) = 864$$

CLLPP(0,2): $\max f = 0.06\,x_1 + 0.072x_2 + 0.052x_3$

such that

$$4.2\,x_1 + 2.2\,x_2 + 1.2x_3 \leq 300000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100\,00$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$$

ويكون الحل الأمثل (optimal solution) لهذه المشكلة هو

$$X^{*L} = \left(x_1^{*L}(0.2), x_2^{*L}(0.2), x_3^{*L}(0.2)\right) = (20000, 60000, 20000)$$

والقيمة المثلى (maximum value)

$$f_{max}^{*L}(0.2) = 6560$$

وعندما تكون $\propto = 0.5$ تصبح CULPP على الشكل الآتي:

(CULPP(0.5)): $\max f = 0.175\,x_1 + 0.085x_2 + 0.065x_3$

such that

$$5.5\,x_1 + 3.5x_2 + 2.5x_3 \leq 325000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10000$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$$

ويكون الحل الأمثل (optimal solution) لهذه المشكلة هو:

$$X^{*U} = \left(x_1^{*U}(0.5), x_2^{*U}(0.5), x_3^{*U}(0.5)\right) = (37272, 20000, 20000)$$
$$f_{max}^{*U}(0.5) = 9520$$

CLLPP(0.5): $\max f = 0.075\,x_1 + 0.075x_2 + 0.055x_3$

Such that

$$4.5\,x_1 + 2.5x_2 + 1.5x_3 \leq 375000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100000$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$$

ويكون الحل الأمثل (optimal solution) لهذه المشكلة هو:

$$X^{*L} = \left(x_1^{*L}(0.5), x_2^{*L}(0.5), x_3^{*L}(0.5)\right) = (60000, 20000, 20000)$$
$$f_{max}^{*L}(0.5) = 7100$$

وعندما تكون $\propto = 0.8$ تصبح CULPP على الشكل الآتي:

CULPP(0.8) : $\max f = 0.11\,x_1 + 0.082x_2 + 0.062\,x_3$

Such that

$5.2\,x_1 + 2.2\,x_2 + 2.2x_3 \leq 310000$

$x_1 +$

$x_2 + x_3 \leq 100000$

$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$

ويكون الحل الأمثل (optimal solution) لهذه المشكلة هو

$$X^{*U} = \left(x_1^{*U}(0.8), x_2^{*U}(0.8), x_3^{*U}(0.8)\right) = (30000, 50000, 20000$$

$$f_{max}^{*U}(0.8) = 8640$$

(CLLPP(0.8)): $\max f = 0.09\,x_1 + 0.078x_2 + 0.058x_3$

Such that

$4.8\,x_1 + 2.8\,x_2 + 1.8x_3 \leq 450000$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100000$

$x_1, x_2, x_3 \geq 20000$

ويكون الحل الأمثل (optimal solution) لهذه المشكلة هو

$$X^{*L} = \left(x_1^{*L}(0.8), x_2^{*L}(0.8), x_3^{*L}(0.8)\right) = (60000, 20000, 20000)$$

$$f_{max}^{*L}(0.8) = 8120$$

وتكون نتائج الحلول السابقة عند مستويات ثقه مختلفة ($\propto$) هي

$\propto$	$X_1^* = [x_{1j}^{*L}, x_{1j}^{*U}]$	$X_2^* = [x_{2j}^{*L}, x_{2j}^{*U}]$	$X_1^* = [x_{3j}^{*L}, x_{3j}^{*U}]$	$f^* = [f^{*L}, f^{*U}]$
0.2	[20000 , 60000]	[60000 , 20000]	[20000 , 60000]	[6560 , 8640]
0.5	[60000 , 37272]	[20000 , 20000]	[20000 , 20000]	[7100 , 9520]
0.8	[60000 ,30000]	[20000 ,60000]	[20000 ,20000]	[8120 , 8640]

سادساً: تحليل النتائج:

1. كلما زادت نسبة الثقة كلما تحسنت القيمة المثلى لدالة المحفظة الاستثمارية.
2. تمثل المشكلة الضبابية بقدرتها العليا على تمثيل الواقع المالي في المحفظة بدقة.
3. متخذ القرار له الأولية في تقبل النتائج بناءً على مستوي المخاطرة.

سابعاً: الاستنتاجات:

1. البرمجة الضبابية لها كفاءة في التعامل مع عدم المشاكل الغير حتمية في نماذج البيانات.
2. نهج الحل الجديد المقترح تبسط مشكلة البرمجة الخطية ذات المعاملات الضبابية
3. يكون مستوى الثقة عاملاً مؤثرا في لمتخذ القرار

ثامناً: التوصيات:

1. اختار نهج الحل على تطبيقات واقعية أخري مثل مشكلة لنقل، ومشكلة التخصيص لتأكد من نتائجه واقعية للتحقق.
2. الاعتماد على الأعداد الضبابية الأكثر واقعية.
3. الاستعانة بالتطبيقات المتطورة مثل الذكاء الاصطناعي لتحسين كفاءة النظام المالي.

تاسعاً: المراجع العربية:

1. الجميل، س. ك. ع.، & شكري، ز. ط. (2023). بناء محافظ استثمارية كفؤة باستخدام البرمجة التربيعية. *مجلة جامعة دهوك*. https://search.emarefa.net/detail/BIM-1704082
2. حيدر، س. ص. (2024). تحليل الحساسية لمشكلة البرمجة الخطية الضبابية. *مجلة الإدارة والاقتصاد*. https://doi.org/10.31272/jae.i143.1190
3. خليفة، ع. م.، & حجاج، ف. م. (2025). طريقة جديدة لحل مشكلة البرمجة الخطية ذات المعاملات غير اليقينية. *المجلة الأفروآسيوية للبحث العلمي*. https://aajsr.com/index.php/aajsr/article/view/723

ثانيًا: المراجع الأجنبية

1. Buckley, J. J. (1988). Possibilistic programming. In L. A. Zadeh & J. Kacprzyk (Eds.), Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: Selected papers. World Scientific. http://pascalfrancis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=77 15811
2. Luhandjula, M. (1989). Fuzzy optimization. Fuzzy Sets and Systems . https://s100.copyright.com/AppDispatchServlet?publisherName=ELS&contentID=0165011489900195&orderBeanReset=true
3. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The Journal of Finance.https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x
4. Tanaka, H. (1984). Fuzzy linear programming. Journal of Optimization Theory and Applications.https://doi.org/10.1016/0165-0114(84)90022
5. Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control . https://s100.copyright.com/AppDispatchServlet?publisherName=ELS&contentID=S001999586590241X&orderBeanReset=true
6. Zimmermann, H. J. (2001). Fuzzy set theory and its applications. Springer https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-010-0646-0